
Vieillessement par fissuration dans un assemblage céramique/métal

Yann Charles, François Hild

LMT-Cachan, ENS de Cachan / CNRS / Université Paris 6
61, avenue du Président Wilson - 94235 CACHAN CEDEX

RÉSUMÉ. Lors de leur cycle de fabrication, des contraintes résiduelles sont générées notamment dans la partie fragile d'assemblages céramique/métal. Ces dernières sont responsables de l'amorçage et de l'arrêt des fissures générées par ce cycle, cela mettant en défaut les traitements probabilistes de la rupture basés sur l'hypothèse du maillon le plus faible. Un modèle probabiliste de micro-fissuration est proposé, permet d'appréhender de tels arrêts. Une extension de ce modèle permettra de plus de considérer la survie des assemblages après un temps important (infini), et une méthodologie d'identification des paramètres aléatoires microstructuraux est proposée.

ABSTRACT. During their manufacturing process, residual stresses are generated in the brittle part of ceramic/metal assemblies. Consequently some cracks are initiated and can to be arrested, so that the use of a probabilistic treatment based on a weakest link hypothesis is not possible. A probabilistic micro-cracking model is then proposed, to describe such arrest. Moreover, an extension of this model allows the assessment of the life of such assemblies after an important time (infinite), and an identification methodology of the different random parameters is proposed.

MOTS-CLÉS : Assemblages céramique/métal, Arrêt de fissure, Modèle probabiliste de fissuration, Vieillessement.

KEY WORDS: Ceramic/metal assemblies, Crack arrest, Probabilistic propagation model, Aging.

1. Introduction

La rupture des matériaux fragiles, dans la mesure où elle est provoquée par des défauts initialement présents, de taille et de position quelconque, est généralement traitée de manière probabiliste en utilisant l'hypothèse du maillon le plus faible [WEI 39, FRE 68]. Dans le cas d'assemblages céramiques/métal, les contraintes résiduelles générées dans la partie fragile des assemblages par le cycle de fabrication ne permettent pas l'utilisation de telles hypothèses : des fissures sont amorcées et éventuellement arrêtées, par exemple par les zones en compression. On peut remarquer que cette configuration peut également se produire dans toute structure céramique soumise à un chargement extérieur, complexe ou non. Un modèle de fissuration des matériaux fragile est étudié, en se basant sur une modélisation simple de leur microstructure avec des considérations probabilistes au niveau des paramètres caractéristiques de la propagation, par exemple la ténacité. Une application de ce modèle sur une structure industrielle permet d'évaluer la tenue de tels assemblages durant leur cycle de fabrication et durant leur utilisation ultérieure.

2. Modèle probabiliste de macro-fissuration

Afin de pouvoir appréhender le comportement de fissures soumises à des chargements complexes, une première étape consiste à modéliser la microstructure des milieux fragiles de propagation. L'alumine, céramique utilisée pour la partie fragile de l'assemblage que nous considérerons ultérieurement, est constituée d'un ensemble de grains. Du fait de la manière d'obtention des pièces massives en alumine, c'est-à-dire par compactage et/ou frittage [KIN 76], chaque grain ou joint de grain est considéré comme indépendant de ses voisins au niveau de son orientation cristallographique par rapport à la direction de fissuration [VIE 2000]. Les paramètres de fissuration seront alors indépendants de grain à grain ou de joint de grain à joint de grain.

Nous considérerons la ténacité de chaque grain comme une grandeur aléatoire, de réalisation indépendante d'un grain à l'autre. De plus, nous considérerons que l'intersection entre un grain et une ligne unidimensionnelle simulant le chemin de fissuration est un segment de longueur constante $1/\lambda$ (figure 1). L'hypothèse sous-jacente est que le mode de propagation de la fissure est transgranulaire.

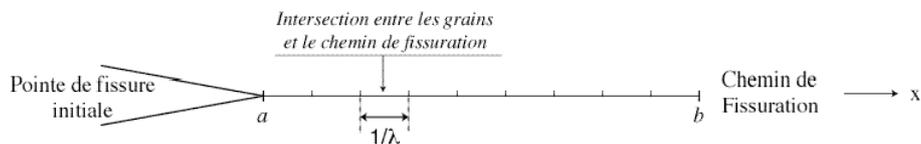


Figure 1. Chemin de fissuration pour une propagation transgranulaire

2.1. Propagation brutale

Considérons une fissure de longueur a dans un milieu bidimensionnel. D'après le critère de Griffith [GRI 21], la fissure se propagera si

$$K_I(a) > K_c, \quad [1]$$

où K_c est la ténacité du grain situé en $x=a$, et $K_I(a)$ le facteur d'intensité des contraintes de la fissure considérée soumise à un mode I. Ainsi, pour qu'une fissure puisse traverser n grains, il faut que la condition

$$K_I(x_k) > K_c^k, \quad [2]$$

soit vérifiée pour tout $k \in [1, n]$, avec K_c^k ténacité du $k^{\text{ème}}$ grain, et

$$K_I(x_k) = \min_{x \in k^{\text{ème}} \text{ grain}} K_I(x). \quad [3]$$

On peut ainsi déterminer la probabilité de propagation d'une fissure à travers n grains

$$P_n = P(\forall i \in [1, n], K_I(x_k) > K_c^k). \quad [4]$$

Du fait de l'indépendance de réalisation de la ténacité d'un grain à l'autre, l'équation [4] peut être réécrite

$$P_n = \prod_{k=1}^n P(K_I(x_k) > K_c^k). \quad [5]$$

En considérant l'équivalence de l'équation [5] avec

$$\ln(P_n) = \sum_{k=1}^n \ln[P(K_I(x_k) > K_c^k)], \quad [6]$$

et en considérant que n est grand, on a

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \ln[P(K_I(x_k) > K_c^k)] \approx \frac{1}{b-a} \int_a^b \ln(P(K_I(x) > K_c)) dx, \quad [7]$$

avec $(b-a)/n=1/\lambda$, longueur (constante) des intersections entre un grain et le chemin de fissuration. La probabilité de propagation P_0 d'une fissure d'une longueur a à une longueur b devient alors

$$P_0(a, b) = \exp \left[\lambda \int_a^b \ln(P(K_I(x) > K_c)) dx \right], \quad [8]$$

avec

$$P(K_I(x) > K_c) = \int_{K_c^{\min}}^{K_I(x)} h_{K_c}(K) dK, \quad [9]$$

h_{K_c} étant la densité de probabilité associée à la variable aléatoire K_c , variable bornée par les constantes K_c^{\min} (≥ 0) et K_c^{\max} . L'équation [8] peut être étendue au cas de la fissuration intergranulaire [CHA 00], mécanisme pertinent pour l'alumine étudiée ici.

On peut remarquer que des formes alternatives de la probabilité de propagation d'une fissure entre les longueurs a et b peuvent être établies, par exemple en modélisant la microstructure à l'aide d'une mosaïque de Poisson [MAT 75] : l'intersection entre un grain et le chemin de fissuration est un segment dont la longueur est une variable aléatoire qui suit une loi de Poisson d'intensité λ [JEU 94], où $1/\lambda$ représente alors la longueur *moyenne* des intersections entre les grains et le chemin de fissuration

$$P_0(a, b) = \exp \left[-\lambda \int_a^b (1 - P(K_I(x) > K_c)) dx \right]. \quad [10]$$

Il faut noter que cette expression de $P_0(a, b)$ peut se démontrer pour des chargements engendrant des facteurs d'intensités croissant, décroissant, voire parabolique avec la longueur de fissure [JEU 94], et ce contrairement à l'équation [8] où aucune hypothèses concernant le type de chargement appliqué n'a été nécessaire. Dans tous les cas, on peut constater l'équivalence des équations [8] et [10] dès que

$$P(K(x) > K_c) = 1 - \varepsilon, \quad [11]$$

avec $\varepsilon > 0$ et petit. Les calculs de probabilités de propagation d'une fissure le long d'un chemin prédéfini et sous un chargement donné en utilisant les expressions [8] et [10] conduisent à des résultats similaires.

2.1. Propagation par fatigue

En se basant sur des méthodes semblables à celles mises en œuvre précédemment, on peut s'intéresser au devenir des fissures lorsque l'on prend en compte leur éventuelle propagation par fatigue (dans le cas présent on n'étudiera que la fatigue statique induite par le chargement créé lors de la fabrication). On peut en effet définir plusieurs domaines de propagation suivant la valeur du facteur d'intensité des contraintes :

- $K_I(x) > K_c$: propagation brutale
- $K_s \leq K_I(x) \leq K_c$: propagation en fatigue ou fissuration sous-critique
- $K_I(x) < K_s$: pas de propagation possible

avec K_s le facteur d'intensité des contraintes seuil en-dessous duquel aucune propagation ne peut se produire. La valeur asymptotique de la probabilité $P_{+\infty}$ de propagation d'une fissure peut dès lors être déterminée. En effet, lorsque $t \rightarrow +\infty$, en prenant comme hypothèse que seule la fissuration intervient dans la dégradation de la structure considérée, toute fissure se propagera tant que la condition

$$K_I(x) > K_s \quad [12]$$

est vraie. On peut ainsi généraliser l'équation [8] en évaluant la probabilité de propagation d'une fissure entre les longueurs a et b sous un chargement constant au cours du temps et pour un temps infini

$$P_{+\infty}(a, b) = \exp \left[\lambda \int_a^b \ln(P(K_I(x) > K_s)) dx \right], \quad [13]$$

Les équations [8] et [13] permettent donc d'obtenir les probabilités limites de propagation à $t=0^+$ (i.e., à la fin de la fabrication) et à $t \rightarrow +\infty$. En supposant que les ténacités K_s et K_c sont reliées par une relation linéaire [VIE 2000], c'est-à-dire

$$K_s = \mu K_c \quad [14]$$

avec $\mu \in]0, 1[$, on peut déduire de la densité de probabilité associée à la ténacité celle associée au facteur d'intensité des contraintes seuil

$$h_{K_s}(K) = \frac{1}{\mu} h_{K_c} \left(\frac{K}{\mu} \right). \quad [15]$$

L'équation [11] s'écrit alors

$$P_{\infty}(a, b) = \exp \left[\lambda \int_a^b \ln \left(P \left(\frac{K_I(x)}{\mu} > K_c \right) \right) dx \right]. \quad [16]$$

Pour connaître les probabilités limites de propagation d'une macro-fissure, il reste à déterminer la densité de probabilité h_{K_c} , ainsi que les constantes λ et μ .

3. Identification de la densité de probabilité associée à la ténacité

Une des méthodes d'obtention de la ténacité d'une céramique est d'effectuer des expériences de micro-indentation [PAL 57]. Il existe de nombreuses formules permettant de relier les résultats expérimentaux à la ténacité du matériau [PON 89a, PON 89b], mais, pour la plupart des auteurs [LAV 95], celles-ci peuvent se réduire à (cf. figure 2)

$$K_c = k \frac{P}{c^{3/2}}, \text{ si } c/2a > 1, \quad [17]$$

avec P charge appliquée lors de l'indentation et k un facteur dépendant du matériau et de la charge [PON 89a].

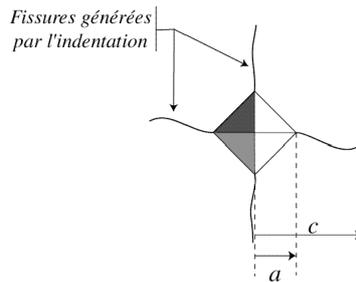


Figure 2. Fissures générées par l'indentation d'un matériau fragile

Des séries d'indentation ont été effectuées sur de l'alumine pure à 97%, polie préalablement, en utilisant différentes charges P (2 N, 3 N, 5 N et 10 N). Sur tous les essais effectués (vingt par charge), certains n'ont pas généré quatre fissures mesurables (surtout pour les faibles charges), et les fissures ne répondant pas au critère $c/2a > 1$ n'ont pas été prises en compte.

En utilisant l'équation [8], et en considérant les essais d'indentation qui ont généré le plus grand nombre de fissures exploitables, une identification de la densité de probabilité associée à la ténacité a pu être obtenue. La probabilité cumulée associée aux longueurs de fissures expérimentales a été calculée en rangeant ces longueurs par ordre croissant et en leur affectant un indice i tel que

$$P(c < c_i) = \frac{i}{n + 1}, \quad [18]$$

avec n le nombre total de données expérimentales. En supposant que la fonction h_{K_c} est décrite par une loi Bêta, c'est-à-dire

$$h_{K_c}(K) = \frac{(K - K_c^{\min})^{\alpha-1} (K_c^{\max} - K)^{\beta-1}}{(K_c^{\max} - K_c^{\min})^{\alpha+\beta-1} B(\alpha, \beta)}, \quad [19]$$

avec B la fonction eulérienne de première espèce [SPA 87] et en appliquant une méthode de moindres carrés pour relier les données théoriques et expérimentales, tous les paramètres ont pu être identifiés (cf. tableau 1), en posant $\lambda=5.10^5 \text{ m}^{-1}$ [DUV 00]. Il faut noter que la valeur de K_c^{\max} a été déterminée de manière à ce que la ténacité moyenne $\overline{K_c}$ soit égale à la ténacité macroscopique K_{Ic} , mesurée par exemple à partir d'essais de flexion trois points [LEM 88b] : le processus d'identification ne permet en effet d'accéder qu'au rapport $k/(K_c^{\max} - K_c^{\min})$.

Tableau 1. Paramètres de la répartition de la ténacité pour une alumine pure à 97%

P (N)	α	β	K_c^{\min} (MPa $\sqrt{\text{m}}$)	K_c^{\max} (MPa $\sqrt{\text{m}}$)	k
3	2,8	9,1	0	19,2	0,024

A partir de ces différentes valeurs, le paramètre k a pu être identifié pour les autres charges, et s'est avéré constant [CHA 00]. Des répartitions de longueurs de fissures c ont pu être simulées pour les autres charges et comparées (favorablement) avec les données expérimentales (cf. figure 3).

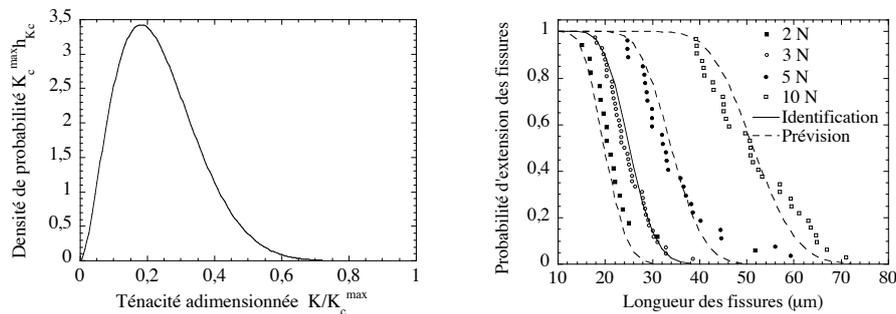


Figure 3. Identification et validation des paramètres caractérisant la ténacité d'une alumine pure à 97%

4. Application à une structure réelle

Une fois que les différents paramètres microstructuraux ont été déterminés, une étude de fiabilité concernant une structure réelle peut être effectuée. L'assemblage considéré est constitué de deux cylindres en acier inoxydable A340L sertis autour d'un cylindre en alumine. L'assemblage de ces différents cylindres se fait au moyen d'un joint de brasage (eutectique Ag-Cu) à sa température de fusion ($T=780^\circ\text{C}$). Lors du refroidissement jusqu'à température ambiante sont générées des contraintes résiduelles, dues à la différence de coefficient de dilatation thermique entre les différents matériaux.

Cette phase est modélisée à l'aide du code de calcul aux éléments finis Castem2000 sous hypothèses axisymétrique, en utilisant des modèles viscoplastiques pour l'acier inoxydable et le joint de brasage, et élastique pour l'alumine. A partir du champ des contraintes principales maximales positives dans l'alumine, le chemin de fissuration supposé le plus nocif pour la structure est déterminé (cf. figure 4a), et, à l'aide des fonction poids [BUE 70, RIC 72] et des paramètres précédemment déterminés, la probabilité de propagation d'une fissure le long de ce chemin est calculée à la fin du cycle de fabrication ($t=0^+$) et pour une durée de vie infinie ($t \rightarrow +\infty$) (cf. figure 4b). Dans le cas d'une interface entre deux matériaux différents, on peut montrer [CHA 00] que la probabilité d'amorçage est généralement égale à 1 à cause des singularités fortes (cf. figure 4a). C'est pourquoi seules les conditions de propagation sont analysées dans le cas présent. Comme nous pouvons le constater, lorsque le chargement reste constant au cours du temps, la fissure s'étend, mais reste bloquée de manière irréversible dans la zone compressive. Si le chemin de fissuration choisi est le plus nocif, il en sera de même pour toute fissure générée au cours du cycle de refroidissement. On peut donc conclure que l'assemblage survivra au chargement induit lors de sa fabrication, à la condition que le chargement extérieur reste constant.

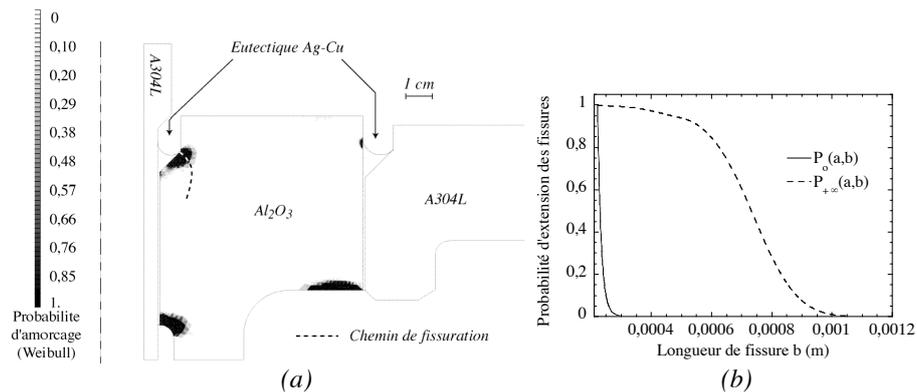


Figure 4. Probabilités de propagation (b) de la fissure la plus nocive (a) lorsque $\mu=0,5$ et $a= 2,2.10^{-4} m$

5. Conclusion

A partir de considérations simples au niveau de la microstructure, un modèle de macro-fissuration a été établi. Ce dernier permet de déterminer la probabilité de propagation en un temps fini ou infini, pour des conditions de chargement constantes au cours du temps. L'étape suivante sera de faire intervenir la variation aléatoire du chargement pendant la vie de telles structures, puis enfin d'introduire le temps comme paramètre supplémentaire dans le calcul des probabilités de propagation. Ce travail est en cours.

6. Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier D. Jeulin et S. Roux pour des discussions fructueuses, C.E. Cottenot et P. Forquin du CTA pour leur aide lors des essais d'indentation et J. Duval de la société Atmosat-AER pour la fourniture des échantillons.

7. Bibliographie

- [BUE 70] Bueckner H.F., « A Novel Principle for the Computation of Stress Intensity Factors », *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, Vol. 50, n° 9, 1970, pp. 529-546.
- [CHA 00] Charles Y. et Hild F., « On Crack Arrest in Ceramic/metal Assemblies », soumis à publication.
- [DUV 00] Duval J., Société Atmosat-AER, *communication personnelle*.
- [FRE 68] Freudenthal A.M., « Statistical Approach to Brittle Fracture », in: Liebowitz H. (Ed.), *Fracture*, Academic Press, New York, NY (USA), 1968, pp. 591-619.
- [GRI 21] Griffith A.A., « The Phenomenon of Rupture and Flows in Solids », *Roy. Soc. Lond. Trans.*, A 221, 1921, pp. 163-198.
- [JEU 94] Jeulin D., « Fracture Statistics Models and Crack Propagation in Random Media », *App. Mech. Rev.*, Vol. 47, n° 1, Part. 2, 1994, pp. 141-150.
- [KIN 76] Kingery W. D, Bowen H.K. and Uhlmann D.R., « Introduction to Ceramics », *John Wiley and Sons*, New York (USA), 1976.
- [LAV 95] Laval P., « Etude théorique et expérimentale de l'indentation des matériaux élastoplastiques homogènes ou revêtus », *Thèse de Doctorat*, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1995.
- [LEM 88a] Lemaitre J. et Chaboche J.-L., « Mécanique des matériaux solides », Ed. Dunod, Paris, 1988.
- [LEM 88b] Lemaitre P. and Piller R., « Comparison of the Fracture Toughness of Alumina by Three Different Methods », *J. Mat. Sci. Letters*, Vol. 7, 1988, pp. 772-774.
- [LOV 95] Lovato G., « Rhéologie des joints brasés : étude expérimentale et détermination par méthode inverse », *Thèse de Doctorat*, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1995.
- [MAT 75] Matheron G., « Random Set and Integral Geometry », Ed. J. Wiley and Sons, New York (USA), 1975.
- [PAL 57] Palmqvist S., *Jernkontorets Ann.*, Vol. 141, n° 5, 1957, pp. 300-307.
- [PON 89a] Ponton C.B. and Rawling R.D., « Vickers Indentation Fracture Toughness Test- Part1 – Review of Literature and Formulation of Standardised Indentation Toughness Equation », *Mat. Sci. Tech.*, Vol. 5, 1989, pp. 865-872.
- [PON 89b] Ponton C.B. and Rawling R.D., 1989b. « Vickers Indentation Fracture Toughness Test- Part2 – Application and Critical Evaluation of Standardised Indentation Toughness Equation », *Mat. Sci. Tech.*, Vol. 5, 1989, pp. 961-976.
- [RIC 72] Rice J.R., « Some Remarks on Elastic Crack Tip Stress Fields », *Int. J. Solids Struc.*, Vol. 8, 1972, pp. 751-758.
- [SPA 87] Spanier J. and Oldham K.B., « The Incomplete Beta Function $B(v, \mu, x)$ », *Atlas of functions*, Hemisphere Ed. Washington DC, chap. 58, 1987, pp. 573-580.
- [VIE 2000] Viennet L. et al., « Approche statistique de la contrainte ultime de matériaux graphités », *Comptes rendus des Journées sur les Réfractaires*, Paris, 2000.
- [WEI 39] Weibull W., « A Statistical Theory of the Strength of Materials », *Proc. Roy. Swed. Inst. Eng. Res.*, Vol. 151, 1939, pp. 1-45.