

VIEILLISSEMENT PAR FISSURATION D'UN ASSEMBLAGE CERAMIQUE/METAL

Yann CHARLES, François HILD

LMT-Cachan (ENS de Cachan / UMR CNRS 8535 / Université Paris 6)

61, avenue du Président Wilson -94235 Cachan Cedex

Résumé :

Lors de leur cycle de fabrication, des contraintes résiduelles sont générées notamment dans la partie fragile d'assemblages céramique/métal. Ces dernières sont responsables de l'amorçage et de l'arrêt des fissures générées par ce cycle, cela mettant en défaut les traitements probabilistes de la rupture basés sur l'hypothèse du maillon le plus faible. Un modèle probabiliste de fissuration est proposé et permet d'appréhender de tels arrêts. Une extension de ce modèle considère la fiabilité des assemblages soumis à de la fatigue statique. Une méthodologie d'identification des paramètres aléatoires microstructuraux est proposée.

Abstract :

During their manufacturing process, residual stresses are generated in the brittle part of ceramic/metal assemblies. Consequently some cracks are initiated and can be arrested, so that the use of a probabilistic treatment based on a weakest link hypothesis is not possible. A probabilistic micro-cracking model is then proposed, to describe such arrest. Moreover, an extension of this model allows the assessment of the reliability of such assemblies under static fatigue. An identification methodology of the different random parameters is proposed.

Mots clés :

assemblages céramique/métal, arrêt de fissure, modèle probabiliste de fissuration, fatigue statique

1 Introduction

La rupture des matériaux fragiles, dans la mesure où elle est provoquée par des défauts initialement présents, de taille et de position aléatoires, est généralement traitée de manière probabiliste en utilisant l'hypothèse du maillon le plus faible (Weibull (1939), Freudenthal (1968)). Dans le cas d'assemblages céramique/métal, les contraintes résiduelles générées dans la partie fragile par le cycle de fabrication ne permettent pas l'utilisation de telles hypothèses : des fissures sont amorcées et éventuellement arrêtées, par exemple par les zones en compression. Un modèle de fissuration des matériaux fragile est étudié, en se basant sur une modélisation simple de leur microstructure avec des considérations probabilistes au niveau des paramètres caractéristiques de la propagation, comme la ténacité. Une application de ce modèle sur une structure industrielle permet d'évaluer la tenue de tels assemblages durant leur cycle de fabrication et leur utilisation ultérieure.

2 Modèle probabiliste de fissuration de matériaux fragiles

2.1 Hypothèses

Afin de pouvoir appréhender la propagation d'une fissure au sein d'un matériau fragile (e.g., des céramiques), la microstructure de tels matériaux est modélisée de façon simple. Les céramiques étant obtenues par compactage et frittage (Kingery *et al.* (1976)), on considérera ces dernières composées par des grains dont l'orientation cristallographique est une variable aléatoire par rapport à un repère donné, variable se réalisant de manière indépendante d'un grain à l'autre. Ainsi, les caractéristiques mécaniques de chaque grain, et en particulier la ténacité, deviennent également des variables aléatoires constantes sur chaque grain.

Dans une configuration bidimensionnelle, le chemin de fissuration sera considéré comme une ligne prédéfinie, dont l'intersection avec un grain du milieu est un segment de longueur constante égale à $1/\lambda$ (cf. figure 1). Cette hypothèse entraîne un mode de fissuration transgranulaire.

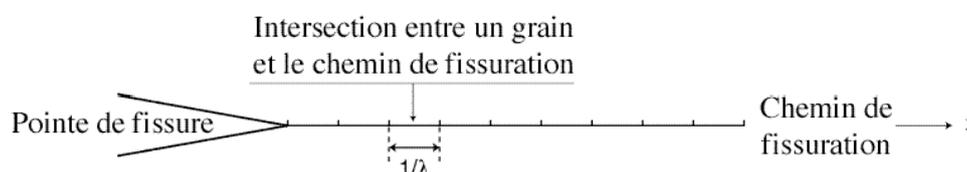


FIG. 1 : Intersection entre le milieu et le chemin de fissuration

2.2 Modélisation de la propagation

Considérons une fissure de longueur a dans une céramique soumise à un mode I. Cette dernière se propagera au travers d'un grain si (Griffith (1921))

$$K_I(a) > K_c \quad (1)$$

avec $K_I(a)$ facteur d'intensité des contraintes de la fissure, et K_c ténacité du grain situé en pointe de fissure. La probabilité de rupture du grain est donc

$$P\left(\min_{\text{grain}} K_I(x) > K_c\right), \quad (2)$$

probabilité que le facteur d'intensité des contraintes soit toujours supérieur à la ténacité lors de la traversée du grain. Du fait de l'indépendance des réalisations de la ténacité d'un grain à l'autre, la probabilité P_n que la fissure traverse n grains se déduit de l'équation 2

$$P_n = \prod_{i=1}^n P\left(\min_{\text{grain } n^{\circ} i} K_I(x) > K_c^i\right), \quad (3)$$

où K_c^i est la ténacité du i^{e} grain rencontré. Si le nombre de grains rencontrés est important dans le chemin de fissuration $[a, b]$, alors l'équation 3 peut être approchée par

$$P(a, b) = \exp\left[\lambda \int_a^b \ln\left(P\left(K_I(x) > K_c\right)\right) dx\right], \quad (4)$$

avec $P(a, b)$ la probabilité d'extension de la fissure d'une longueur a à une longueur b . Seule la densité de probabilité associée aux ténacités h_{K_c} est alors à déterminer avant de pouvoir utiliser l'équation 4 dans des situations réelles.

2.3 Remarques

1. On peut également considérer que l'intersection entre les grains et le chemin de fissuration dans le cas d'une propagation transgranulaire est un segment de longueur

aléatoire qui suit une loi de Poisson (Jeulin (1994)). Dans cette configuration, la probabilité de propagation d'une fissure d'une longueur a à une longueur b est

$$P(a, b) = \exp \left[-\lambda \int_a^b (1 - P(K_I(x) > K_c)) dx \right], \quad (5)$$

avec $1/\lambda$ longueur moyenne des intersection entre les grains et le chemin de fissuration. On remarquera que les équations 4 et 5 donnent des résultats identiques lorsque

$$P(K_I(x) > K_c) \rightarrow 1^- . \quad (6)$$

2. L'expression de $P(a, b)$ déterminée pour une fissuration transgranulaire (équation 4) peut être étendue à la fissuration intergranulaire, l'aléa concernant dès lors l'orientation des joints de grains par rapport à la direction de mode I. La variable aléatoire K_c est alors dépendante de la direction du joint de grain considéré.
3. Dans un cas général, la ténacité mise en avant est la seule caractéristique mécanique que l'on considèrera aléatoire lors de la propagation d'une fissure. Ceci est possible dans la mesure où tous les autres aléas mécaniques peuvent être reportés sur la ténacité en plus de sa variabilité propre.

2.4 Extension à la fatigue statique

En reprenant les hypothèses énoncées dans le paragraphe 2.1, on peut étendre le modèle précédent à la fatigue statique : une fissure peut se propager même si le critère de Griffith (équation 1) n'est pas vérifié. Ainsi, plusieurs domaines de propagations peuvent être définis :

- $K_I(x) > K_c$: propagation brutale ;
- $K_s \leq K_I(x) \leq K_c$: fissuration sous - critique ;
- $K_I(x) < K_s$: pas de propagation possible ;

avec K_s le facteur d'intensité des contraintes seuil en dessous duquel aucune propagation ne peut se produire. Dans la mesure où K_s est défini et constant sur chaque grain, il devient une variable aléatoire que l'on peut relier à la valeur de K_c par

$$K_s = \mu K_c, \quad (8)$$

avec μ une constante telle que $\mu \in]0,1[$, que l'on peut déterminer par analogie macroscopique. En utilisant la loi de propagation d'Evans-Wiederhorn (Evans (1972), Evans & Wiederhorn (1974)), l'évolution de la taille de la fissure s'écrit

$$\frac{dx}{dt} = C \left(\frac{K_I(x) - K_s}{K_c - K_I(x)} \right)^n \text{ si } K_s \leq K_I(x) \leq K_c. \quad (9)$$

On voit dès lors que si l'on considère un temps infini d'étude de la fissure soumise à un chargement constant (fatigue statique), cette dernière se propagera tant que la condition de fissuration sous-critique sera vérifiée (équation 7). La probabilité de propagation d'une fissure d'une longueur a à une longueur b en un temps infini $P(a, b, t = +\infty)$ se déduit donc des équations 4 et 7

$$P(a, b, t = +\infty) = \exp \left[\lambda \int_a^b \ln \left(P(K_I(x) > K_s) \right) dx \right]. \quad (10)$$

En utilisant la relation entre K_c et K_s (équation 8), l'équation 10 peut être réécrite

$$P(a, b, t = +\infty) = \exp \left[\lambda \int_a^b \ln \left(P \left(\frac{K_I(x)}{\mu} > K_c \right) \right) dx \right]. \quad (11)$$

On constate ainsi l'existence d'un chemin continu $\mu(t)$ permettant de relier la probabilité de propagation brutale $P(a,b)$ et la probabilité de propagation asymptotique $P(a,b,t=+\infty)$. Ce chemin permet d'obtenir la probabilité de propagation d'une fissure d'une longueur a à une longueur b pour un temps t en fatigue statique

$$P(a,b,t) = \exp \left[\lambda \int_a^b \ln \left(P \left(\frac{K_I(x)}{\mu(t)} > K_c \right) \right) dx \right], \quad (12)$$

$\mu(t)$ étant alors une fonction dépendant uniquement du temps et de la densité de probabilité associée aux ténacités, et telle que

$$\begin{cases} \mu(0) = 1 \text{ (propagation brutale uniquement)} \\ \lim_{t \rightarrow +\infty} \mu(t) = \mu \text{ (propagation asymptotique)} \end{cases} \quad (13)$$

On constate dès lors que seule la densité de probabilité associée aux ténacités se doit d'être identifiée pour une utilisation du modèle sur des configurations réelles.

3 Identification de la densité de probabilité associée aux ténacités

Il existe de nombreuses méthodes d'obtention de la ténacité, mais dans la mesure où nous cherchons des valeurs locales de cette dernière, une expérience de micro-indentation (cf. figure 2) est la plus appropriée. Toutes les formulations reliant ce type d'expérience à la ténacité locale du matériau étudié (Ponton and Rawling¹ (1989), Ponton and Rawling² (1989)) peuvent être résumées par (Laval (1995))

$$K_c = k \frac{F}{c^{3/2}} \text{ si } c/2a > 1, \quad (14)$$

avec F la force appliquée lors de l'essai d'indentation, et k un paramètre dépendant de l'effort appliqué et du matériau.

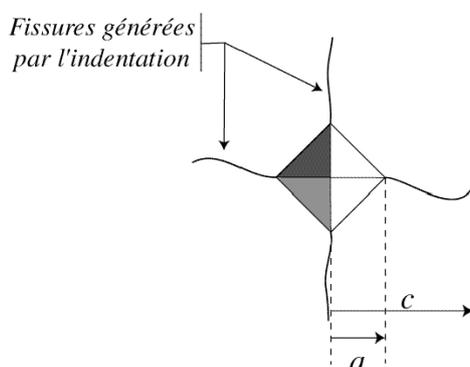


FIG. 2 : Fissures générées par l'indentation d'un matériau fragile

Des séries d'indentation ont été effectuées sur de l'alumine pure à 97%, polie préalablement, en utilisant différentes charges F (2 N, 3 N, 5 N et 10 N).

En utilisant l'équation 14, et en considérant les essais d'indentation qui ont généré le plus grand nombre de fissures exploitables (e.g., $F=3$ N), une identification de la densité de probabilité associée à la ténacité a pu être obtenue. La probabilité cumulée associée aux longueurs de fissures expérimentales a été calculée en rangeant ces longueurs par ordre croissant et en leur affectant un indice i tel que

$$P(c < c_i) = \frac{i}{n+1}, \quad (15)$$

avec n le nombre total de données expérimentales. En supposant que la fonction h_{K_c} est décrite par une loi Bêta, c'est-à-dire

$$h_{K_c}(K) = \frac{(K - K_c^{\min})^{\alpha-1} (K_c^{\max} - K)^{\beta-1}}{(K_c^{\max} - K_c^{\min})^{\alpha+\beta-1} B(\alpha, \beta)}, \quad (16)$$

avec B la fonction eulérienne de première espèce, K_c^{\min} et K_c^{\max} des réels bornant la ténacité, et en appliquant une méthode de moindres carrés pour relier les données théoriques et expérimentales, tous les paramètres ont pu être identifiés, en posant $\lambda=5.10^5 \text{ m}^{-1}$. On remarquera que l'utilisation d'une telle loi pour la densité de probabilité associée aux ténacités ne permet d'identifier que quatre paramètres, à savoir (cf. tableau 1)

$$\alpha, \beta, \frac{K_c^{\min}}{K_c^{\max} - K_c^{\min}} \text{ et } \frac{k\lambda^{3/2}}{K_c^{\max} - K_c^{\min}}. \quad (17)$$

La valeur de K_c^{\max} est alors déterminée en simulant des essais de flexion trois points (Charles and Hild (2000)).

TAB 1. Paramètres de la répartition de la ténacité pour une alumine pure à 97%

α	β	K_c^{\min} (MPa $\sqrt{\text{m}}$)	K_c^{\max} (MPa $\sqrt{\text{m}}$)	$\frac{k\lambda^{3/2}}{K_c^{\max} - K_c^{\min}}$ (N ⁻¹)
2,8	9,1	0	5,31	4,5

3 Application

Une fois que les différents paramètres microstructuraux ont été déterminés, une étude de fiabilité concernant une structure réelle peut être effectuée. L'assemblage considéré est constitué de deux cylindres en acier inoxydable A340L sertis autour d'un cylindre en alumine pure à 97%. L'assemblage de ces différents cylindres se fait au moyen d'un joint de brasage (eutectique Ag-Cu) à sa température de fusion ($T=780^\circ\text{C}$). Lors du refroidissement jusqu'à température ambiante sont générées des contraintes résiduelles, causées par la différence de coefficient de dilatation thermique entre les différents matériaux.

Cette phase est modélisée à l'aide du code de calcul aux éléments finis Castem2000 sous hypothèse axisymétrique, en utilisant des modèles viscoplastiques pour l'acier inoxydable et le joint de brasage, et élastique pour l'alumine. À partir du champ des contraintes principales maximales positives dans l'alumine, le chemin de fissuration supposé le plus nocif pour la structure est déterminé (cf. figure 3a), et, à l'aide des fonctions poids (Bueckner (1970), Rice (1972)) et des paramètres déterminés au chapitre précédent (cf. tableau 1), la probabilité de propagation d'une fissure le long de ce chemin est calculée à la fin du cycle de fabrication ($t=0+$) et pour une durée de vie infinie ($t \rightarrow +\infty$) (cf. figure 3b). Dans le cas d'une interface entre deux matériaux différents, on peut montrer (Charles and Hild (2000)) que la probabilité d'amorçage est généralement égale à 1 à cause des singularités fortes (cf. figure 3a). C'est pourquoi seules les conditions de propagation sont analysées dans le cas présent.

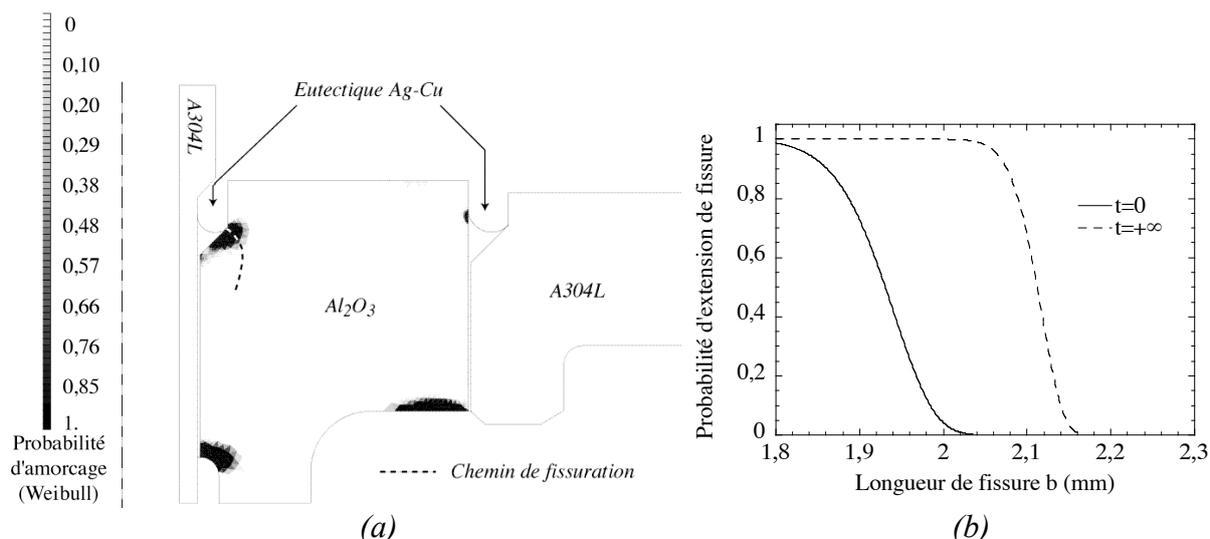


FIG 3. : Probabilités de propagation (b) de la fissure la plus nocive (a) lorsque $\mu=0,5$ et $a=2,2 \cdot 10^{-4} m$

On constate ainsi que, pour un chargement extérieur indépendant du temps, la fissure considérée comme la plus nocive est arrêtée.

4 Conclusion et perspective

À partir de considérations simples au niveau de la microstructure, un modèle de fissuration a été établi. Ce dernier permet de déterminer la probabilité de propagation en un temps fini ou infini, pour des conditions de chargement constantes au cours du temps. L'étape suivante sera de faire intervenir la variation aléatoire du chargement pendant la vie de telles structures, afin de mieux prendre en compte les conditions de fonctionnement des assemblages étudiés.

Références

- Bueckner H.F., 1970, A Novel Principle for the Computation of Stress Intensity Factors, *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, **50**, 9, pp. 529-546.
- Charles Y. and Hild F., 2000, On Crack Arrest in Ceramic/metal Assemblies, soumis à publication.
- Evans, A.G. 1972. A Method for Evaluating the Time-Dependent Failure Characteristic of Brittle Materials – and its Application to Polycrystalline Alumina, *J. Mat. Sci.*, **7**, pp. 1137-1146.
- Evans, A.G. & Wiederhorn, S.M. 1974. Crack Propagation and Failure Prediction in Silicon Nitride at Elevated Temperature, *J. Mat. Sci.*, **9**, pp. 270-278.
- Freudenthal A.M., 1968, Statistical Approach to Brittle Fracture , in: Liebowitz H. (Ed.), *Fracture*, Academic Press, New York, NY (USA), pp. 591-619.
- Griffith A.A., 1921, The Phenomenon of Rupture and Flows in Solid, *Roy. Soc. Lond. Trans.*, A 221, pp. 163-198.
- Jeulin D., 1994, Fracture Statistics Models and Crack Propagation in Random Media, *App. Mech. Rev.*, **47**, 1, Part. 2, pp. 141-150.
- Kingery W. D., Bowen H.K. and Uhlmann D.R., 1976, Introduction to Ceramics, *John Wiley and Sons*, New York (USA).

Ponton C.B. and Rawling R.D.¹, 1989, Vickers Indentation Fracture Toughness Test- Part1 – Review of Literature and Formulation of Standardised Indentation Toughness Equation, *Mat. Sci. Tech.*, Vol. **5**, pp. 865-872.

Ponton C.B. and Rawling R.D.², 1989, Vickers Indentation Fracture Toughness Test- Part2 – Application and Critical Evaluation of Standardised Indentation Toughness Equation, *Mat. Sci. Tech.*, **5**, pp. 961-976.

Rice J.R., 1972, Some Remarks on Elastic Crack Tip Stress Fields, *Int. J. Solids Struc.*, **8**, pp. 751-758.

Weibull W., 1939 , A Statistical Theory of the Strength of Materials, *Proc. Roy. Swed. Inst. Eng. Res.*, **151**, pp. 1-45.